

高専1年と高等学校数学1・Aとの内容比較 —高専・高校普通科教科書数学の学習過程の分析—*

稲永善数 堂平良一

An Analysis on Mathematics in National College of Technology based on Comparison of
High School Textbooks

Yoshikazu INENAGA Ryouichi DOUHIRA

1. はじめに

高専教科書（森北出版）は、高等学校普通科の教科書とは内容、教材の順序が大きく異なっている。高等学校では指導要領の内容変更により中学校での教材が約3割増え、教材を理解できない生徒が増加したとの報告が続いている。

高専に入学した学生は、昭和40年代の現代化運動から続く内容と変わらない教科書を学習するため、当時の学習内容と現在の内容との大幅なミスマッチの格差が増大している。また、この傾向はここ数年著しくなっている。

教科書抜きの数学教育はありえず、どれだけ学生の学力に適した教材が与えられるべきかを明確にする必要から、本論ではそのような判断材料を研究し提供することを目的としている。以下、次の点に考慮しながら議論を進める。

- (1) 高等学校普通科の教科書50年間の内容の変遷と歴史的な背景
- (2) 高専数学教科書40年の内容の変遷と歴史的な背景
- (3) 高専・高校数学教科書の内容比較
教材の順序、内容の難易度、導入例の違い、例、例題、練習などの難易度・質と量の比較、他の章との流れ

に絞り本論をすすめる。

2. 本論

- (1) 高等学校普通科教科書50年間の内容の変遷と歴史的な背景

① 数学現代化運動以前

昭和30年（1955）昭和31年実施の高等学校学習指導要領の発表があり、数学Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、応用数学に分かれる。戦後の生活単元学習により、生徒の著しい学力低下が起こったため、法的拘束力を持つ指導要領が実施されることになった。

② 数学現代化運動の時代

昭和44年（1969）、昭和48年実施の高等学校学習指導要領が告示、現代化を目指した数学の課程が発足、その目標とするものは、次のような性格の数学的な考え方を伸ばすことであるとして教科としての総括的目標とした。すなわち事象を数学的に捉え、論理的、総合的、発展的に考察し、処理する能力と態度を育成し、また社会においても数学の果たす役割について認識させることを目標としている。

昭和47年（1972）、文部省の詰め込み教育是正で、指導要領を弾力的に扱うことを通達、現代化された数学教育が教科書で実施された。

アメリカMSGによるテキストを参考にした教科書は、「集合、行列、ベクトル、複素数」が導入され、定義から定理、証明と進む記述となり、具体例から一般的な性質を与える従来の教科書の記述とは大きく変わった。

このようなことから、従来の授業ができなくなった現場は混乱を極め、そのことが学生に対して大きな影響を及ぼすことになる。

③ 数学現代化運動の反省と修正の時代

昭和51年文部省は高等学校の進学率は、92.6%、高等教育への進学率は39.2%と発表、数学や英語の授業についていけない生徒の増加により、現代化教育の反省が始まった。それとともに、スローラーナーに対

* 原稿受付 平成19年9月28日

** 佐世保工業高等専門学校 一般科目

する数学教育の必要性が叫ばれる。これは、現代化運動の教科書に及ぼした結果として、教材の多さと内容の高さにあった。学習についてこられない生徒の増加により、教科書内容が、分かりやすさを求める形となっていく。

④ 昭和50年以降

昭和50年以降、教科書会社は、学力に応じたもの、すなわち、一般的な言い方をすれば、比較的学力が高い学校が採択をする改訂版、平均的な学力の生徒を対象とした新編、学力遅進者に対して対象とする大判の3種類を発行、それを各校が選択することで対応するようになった。

特に、学力遅滞者のために大判教科書は、挿絵、漫画、色刷りを用いたものが中心となった。高等学校現場でも、生徒の学力低下から、分かりやすい教科書を要求するようになり、最も難しいはずの受験版までも、挿絵、説明などが丁寧になり、行間を読むという数学では重要な部分を占める数学教育が壊れ始めた。

(2) 高専数学教科書40年の内容の変遷と 歴史的な背景

① 昭和37年実施の高等学校学習指導要領が告示

世界的な科学技術の発展により、数学の教科書も現代化を目指した教育が発足した。昭和37年(1962年)、12の高専が発足、さらに時代の要請から高等教育を受けた技術者の必要性が叫ばれ、高等専門学校が各県に1校の割合で設立されていく。それとともに、高専独自の数学教科書の必要性から、出版社は高専の数学教科書を発行する。

昭和43年(1968)の教科書(森北出版)、高専Iの内容は、次のようなものである。

「式と計算」「方程式・不等式」「集合と論理」「関数とグラフ」「三角関数」「指数・対数関数」「近似計算・計算図表」「解析・幾何(点と直線, 円, 2次曲線, 座標変換, 不等式と領域, いろいろな曲線)」である。

この教科書は、監修が東京工業大学の矢野健太郎教授であり執筆及び、執筆協力が大学、高等専門学校、高等学校の教師からなる。必然的に、文部省の学習指導要領に沿った、現代化教育の影響を色濃くした教科書作りとなっている。

その特徴の1つとして、第1章では、「数の分類」から「整式の加法・減法」であり、数学的な記述が強調され、「数の分類」のあと、同ページに、「 $\sqrt{2}$ が無理数であること」の証明が登場する。教科書の1ページから「背理法」が載っている。現代のすべての高専、高等学校の教科書では、「整式の加法・減法」の後に、「数の分類」となっており記述内容でも、「レベルの高さ、内容の濃さ」は現在とは比較できないほど難しい。また、「近似計算・計算図表」「対数関数の、指標・仮数」なども現在では消失した内容が含まれている。

② 昭和50年(1975)に高専教科書の改訂

高専においても現代化運動の反省が行われ、教科書の内容も以下のように精選される。

「式と計算」「方程式・不等式」「関数とグラフ」「指数関数・対数関数」「三角関数」「平面上のベクトルと図形」「数列・二項定理」「集合と論理」

である。執筆協力者は、大学・高専教師のみとなる。現代化運動の反省と修正の影響が明確に現れ、「集合と論理」が教科書後半に、工学部の必要性から「平面上のベクトル」が1年生から、「近似計算・計算図表」は姿を消した。高等学校と同じように「落ちこぼれ」現象から、数学的な記述が緩和され、分かりやすい高等学校の教科書の体裁に近くなった。しかし、現代化数学教育の影響は消えたのではなく、現在の教科書でもそのまま残っており、この段階で、高専と普通科が大きく枝分かれすることになる。高専独自の教科書が1人歩き始めたといえる。

③ 平成2年以降

平成2年(1990)の高専教科書の内容は以下のようになっている。

「数と式」「2次の関数・方程式・不等式」「命題・等式・関数」「指数関数・対数関数」「三角関数」「平面上の図形」「個数の処理」である。

昭和50年代と比較すると「数列」が2年次に学習するようになっている。「個数の処理」については、高等学校の教科書では、数学Aに属し、比較的理解しやすい教材であることから1年生で学習するようになったと考えられる。

高専1年と高等学校数学1・Aとの内容比較

(3) 高専・高校数学教科書の内容比較

① 「数と式」

整式の加法、乗法、因数分解までは、高等学校の内容と全く同じである。しかし、高専の教科書では加減乗法から、除法を教えている。

一方高等学校では、2年生の数学Ⅱで「分数式」を学ぶ道具として乗法を導入、数学Ⅰでは、整式の割り算はしないまま「実数」の計算へと移る。

一方高専では、「整式の四則（加減乗除法）」を終えると、「最大公約数、最小公倍数、有理式、分数式、既約分数式」など、整式から「分数式への拡張」を与えている。高等学校でいえば一気に数学Ⅱの内容になる。

考察1 因数分解「たすきがけ」の比重

普通科教科書では、因数分解のうち $6x^2 + 7x - 20$ などの、いわゆる「たすきがけ」を用いた方法は、すべての教科書において詳しく説明されているが、高専では例題で扱うのみである。また、

$$[x^4 + x^2 + 1, \quad x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz]$$

などの因数分解は、受験生にとっては、当然授業では扱われるべき問題であるが、高専ではそれほど重要視されない。これは、テクニックを要するような問題は敢えて避けていること、因数分解は、因数分解そのものの学習が目的ではなく、問題解決のための1つの道具に過ぎないとみなしている傾向があるように思われる。

考察2 高専「数学基礎」の場合

高専「基礎数学」の教科書では、「たすきがけ」に関して例や例題を増やしている。これは、高専の学生の計算力、理解力低下と強い相関をなすものと考えられる。また、普通科教科書と異なり、いきなり定義から出発し、例題、練習パターンが、高専の教科書の特徴である。各章ごとの導入は全くと言っていいほど考慮されていない。

この傾向は全章のものであり、「工学として如何に数学を道具として活用できるのか」という高専独特の背景がそのような記述になったものと思われる。したがって、公式は「暗記」するものであり証明を

必要としないと考える高専学生の占める傾向が著しい。証明に対する教科書の紙面数、演習に対する時間、考査などで占める証明の割合などを見れば容易にこのことを示すことができる。

② 「数」

高専の教科書では、昭和40年代の現代化数学の流れがあり、「実数の大小関係の基本法則」を下にした記述内容であるが、普通科の教科書では具体例から、循環小数、有理数、実数の分類、数直線を用いた実数の大小関係、絶対値、平方根、平方根を含む四則計算、分母の有理化、さらに二重根号などを与えている。

高専が数学的な記述に徹しているのに反し、高等学校普通科の教科書では、具体例から一般化する記述が目立つ。また、普通科教科書では、2重根号の扱いは、指導要領の制約から、発展研究の位置で扱っている。一方、高専の教科書では、参考として、「繁分数式」を2つの電気抵抗をもつ回路を並列に接続したときの、合成抵抗を求める形で紹介している。普通科教科書ではありえない記述である。

考察3 「2重根号」の扱い

普通科教科書では、数の拡張として、また中学校では $\sqrt{2}$ や $\sqrt{3}$ などの平方根の簡単な学習であったが、実数の拡張や指数関数の拡張としての流れから、数の拡張に関してはかなりスペースを割いている。特に、2重根号の扱いについては、高等学校現場では、はずせない材料として指導要領の制約があっても省くことはなく、すべての教科書会社は載せているが、高専の教科書では、計算機で値を求めれば済むことであり重要視しない。

考察4 「繁分数式」の扱い

電気抵抗による「繁分数式」の記述は、端的に高専教科書の特徴を表すものである。具体的な事例として、どのようなところに数学が「道具」として用いられているかを示している。2重根号を重要視する普通高等学校と、繁分数式の高専が、その数学教育の姿勢、立場を端的に表している。

③ 「集合・命題」

高専では、「集合・命題・命題と条件」は1つのセットとして記述されている。普通科教科書では、数学Aに属し、まず、「順列と組合せ」の準備段階としての扱いであり「命題と条件」は、別の章（東京書籍、実教出版、数研出版、啓林館など）で扱っている。記述内容、難易度の差はほとんどない。

考察5 「命題と条件」を教える順序

高専の教科書は、「命題と条件」の後に、実数の大小関係、1次不等式の解法に移っている。これは、不等式が命題関数であることから授業の流れとしては順当な方法ではないかと考えられる。普通科教科書では、「順列・組合せ」の章に入るために「要素の個数」をしなければならず、そのため「条件と命題」に持っていき事ができず、「論理と集合」の章立てを別途に持ってきている。数学I・Aとしてやるべき内容の線引きが明確でないため、現在のような順序になったと思われる。高専の教科書の方が教育的な順序として正しいように思われる。

④ 「2次関数」

普通科教科書では、2次関数のグラフを描かせることが授業の主な目標となっており、さらに分数関数や無理関数などを合わせて描かせるという立場をとっていない。これは「関数の平行移動」という概念を、教科書に記述出来ないため、2次関数だけに絞った記述になっている。したがって、受験レベルの細かい内容がすべての教科書に記述されている。例えば、

$$(ア) a > 0 \text{ のとき, } y = x^2 - 4x + 2$$

$$(0 \leq x \leq a)$$

の最小値を求めよ

$$(イ) x^2 + ax + b = 0 \text{ の解の1つが } 2 + 3i \text{ のとき,}$$

実数 a, b の値を求めよ

などが、その特徴的な問題である。さらに、2次関数のグラフがある条件を満たすとき、その2次関数を決定する問題などは、高専の教科書では重要視されていない。

高専の教科書では、グラフを描くために、 x, y の対応表を用いてすぐに一般化、すなわち、

2次関数 $y = a(x - p)^2 + q$ は、2次関数 $y = ax^2$ のグラフを x 軸方向へ p, y 軸方向へ q 、それぞれ平行移動したものであることを結論付けている。普通科の教科書では、

$$y = ax^2 \rightarrow y = ax^2 + q \rightarrow y = a(x - p)^2 \\ \rightarrow y = a(x - p)^2 + q$$

の順で授業を行い、丁寧にそれぞれの特徴を述べながらすすめている。この記述紙面の差は、高専のそれよりも2倍以上となっている。

次に高専では、2次方程式、2次不等式の解法に入る。そのために、「複素数」「判別式」「解と係数の関係」「解による因数分解」などを与えている。ここは、普通科教科書と大きく異なっており、普通科教科書では、数学IIの「方程式・式と証明」の材料となっている。高専では1年生で、高等学校では2年生で学ぶ内容となっている。

考察6 2次関数の扱いの差

高等学校現場では、2次関数のグラフを描かせるために汲々としている。平方完成の方法を理解できない生徒が増え、各教科書会社は、グラフの記述に関して詳しく書く必要が出てきた。これは全国的な高等学校現場の要望であり、記述内容が丁寧に書かれていないと採択が減るという現実からである。2次関数のグラフを書かせるために、夏休みの前まで時間をかけ指導する学校もある。さらに、センター試験では、2次関数の問題は、100点中15点から20点を占め（センター試験が始まって以来この割合は変わらない）受験現場では避けて通ることができない内容からくるものである。

高専では、2次関数よりも2次方程式の解法の方がより重要性を持っている。2次関数に割くページ数よりも、2次方程式のページ数が多い。しかし、スローラーナー対象の高専の数学「基礎数学」では、それが逆転している。2次関数に対する記述が増えている。関数の1例として、2次関数を導入する立場と、2次関数そのものを教材として入試に不可欠な材料としての立場を持つ普通科教科書との違いを明確にさせている。高専の教科書のように、関数という立場から2次関数を学ぶのが、本質的な数学教育の立場であろう。これは、数学現代化運動が始まる以前からも、高専の教科書はその姿勢を崩すことはなかった。し

高専1年と高等学校数学1・Aとの内容比較

かし、いわゆる「落ちこぼれ」現象(昭和50年後半以降)から、教科書会社は現場の要望を聞き2次関数の記述を年々増やしてきたことによって、2次関数のグラフを描くことだけが、数学Ⅰの主たる目標と変貌していったと考えられる。

考察7 分数・無理関数の扱い

高等学校では、微分や積分の関数の1つとして、分数関数、無理関数を導入する。したがって、数学Ⅲの冒頭に、これらの関数を与えている。一方、高専数学では平行移動の概念を正面から学習するため、関数としての1例としてグラフ表示や、最大値、最小値の問題を含め学習している。かつて、現代化運動時の教科書では、2次関数のすぐ後に、分数関数や無理関数を学んでおり、高専教科書の方が授業の流れとしては自然である。

⑤ 「指数関数・平面上の図形」

高専の数学では、1年生で履修、高等学校は数学Ⅱの内容である。数学Ⅱでは、具体的な事象をもとに、「指数関数」では指数の拡張が丁寧に述べられ、逆関数という立場から、「対数関数」を定義し教科書には数学の概念を強調した記述が見られる。

一方高専数学では、指数関数や対数関数は、数値を与え、グラフ表示からその性質を述べている。指数の拡張についてあまり紙面を割いてはいない。同じように、「平面上の図形」に関しても執拗なくらいの丁寧な記述の高等学校教科書に対し、高専数学は簡単にその性質を述べるに留まっている。点と直線の方程式までに、高専数学は26ページ、高等学校教科書は30ページを超えており、紙面数の差も大きい。

⑥ 「個数の処理・三角関数」

「個数の処理」では、数学Aでは、27ページに対し、高専数学は12ページ、「三角関数」では、数学A、Ⅱでは64ページ、高専数学では35ページに過ぎない。特に、「三角関数」は、力学や物理、電気理論など専門科目との整合性の必要から、「弧度法、加法定理、正弦・余弦定理」など一気に説明があり、高等学校教科書では、「正弦定理・余弦定理」は数学Ⅰ、「加法定理」は数学Ⅱと分割されているが、この順序は多くの外国教科書では、高専数学の順序となっ

ている。

紙面の差は、導入や数学概念を着実に積み重ねる役割をし、数学の定理などの性質を重視する高専数学の記述とは、指導の背景が異なっている。

3. おわりに

以上のことから、次のようなことが分析される。

- (1) 昭和40年代の数学現代化運動以来、高等学校と高専の数学内容が大きく変化した。
- (2) 昭和50年代以降高専の数学教材は、検定教科書の影響を受けて入学する学生の学力に適合した教材には必ずしもなっていない。
- (3) 高専と高等学校教科書の記述内容は、同じ教材であっても指導の焦点・目的が明確に異なる。
- (4) 現代の高専や普通科教科書は、現代化運動後の教科書と記述内容が大幅に易化している。
- (5) 高等学校の教科書の影響を受け、高専の教科書も教材間の流れが悪くなった。
- (6) 数学現代化運動時に消滅した教材が、高専数学にとって必要なものが多く含まれている。

さらにこれら分析結果から、次が結論できる。

学生と教師の学力差に対する認識のミスマッチ

高専数学テキストも文部科学省の「指導要領」に沿った形で改訂が行われ(中学校の指導要領改訂の関係から)、現代化運動以前の教材が数多く姿を消した。そのため専門科目を学ぶ際に、高専の教師は現代化以前と以後のギャップを認識せずに授業を行うため、学生との理解度に対する格差が生じ、昭和40年、50年代の当時の高専学生のような理解力には及ばない傾向が著しくなっている。これは、学生の学力差ではなく、現代化運動以降、より抽象化された高専数学が専門教科の内容に即したものになっていない傾向が見られる。このことは、高専数学1に限らず高専数学2、3にも同様なことを示すことができ、専門科目との整合性をとることが不可能な状況に達していると結論できる。

「高専教科書」が「普通科教科書」のヒントに

高専数学は、高大連携の旗頭的な役割も演じていることを忘れてはならない。高専のテキストは、高等学校教科書と比較して、質・量ともに内容は豊富で

ある。高専の数学教材が教科書記述に関して、よい意味のヒントを与えることはできないのか、大局的な立場から高等学校の教科書記述に関して、有効な提言ができないか。また、高等学校と大学の連携性について、総合的な見地から高専の数学教科書を構成できないか、このような観点に留意しながらさらにその内容と、教材間の流れを再吟味する必要がある。

以上のような基礎分析から、さらに、数学Ⅱ、Ⅲと高専数学、専門科目（物理、力学、電気基礎）などの数学を道具として用いる教科との整合性を確認する必要がある。

参考文献

- 1) 稲永善数：教科書数学Ⅰにみる30年間の変遷，日本数学教育学会誌 Vol. 75. No. 1, pp. 17-25 (1993)
- 2) 日本数学教育学会誌 Vol. 70, 臨時増. (1988),
- 3) 片桐重男・数学的な考え方，態度とその指導，第Ⅰ，2巻，明治図書(1988)
- 4) 教科書，数学Ⅰ
実教出版（株）昭和52年以降
東京書籍（株）昭和44年以降
啓林館（株）昭和32年以降
- 5) 高専数学Ⅰ
森北出版（株）
昭和43年，昭和50年，平成19年
- 6) 文部省，文部科学省学習指導要領
昭和23年，昭和26年，昭和31年，昭和38年，
昭和48年，昭和57年，平成6年，平成15年